به نام خدا

دانشکدهٔ ریاضی دانشگاه صنعتی شاهرود

آزمون پایان ترم درس هندسه دیفرانسیل موضعی

مدرس: سلیمی مقدّم | ۱۴ اسفند ماه ۱۳۸۶ | وقت: ۲ ساعت

---

۱) (۱ نمره)(قضیه) اگر e_1, e_2, e_3 یک سه وجهی در نقطهٔ p از E^3 و v یک بردار مماس دلخواه بر E^3 در p باشد، آنگاه

$$v = \sum_{i=1}^{3} (v.e_i)e_i.$$

۲) (۲ نمره)(قضیه) اگر α خم منظمی در E^3 باشد، می‌توان برای آن نمایش دیگر β را طوری تعیین کرد که تندی β برابر ۱ باشد.

۳) (۲ نمره)(قضیه) اگر β خمی با تندی واحد و خمیدگی ثابت $\kappa > 0$ وتاب صفر باشد، آنگاه β قوسی از دایرهٔ به شعاع $\frac{1}{\kappa}$ است.

۴) (۲ نمره) اجزای دستگاه فرنهٔ خم $\alpha(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$ را محاسبه نمایید. (T, N, B, τ, κ را بیابید.)

۵) (۲ نمره) فرض کنیم $F : E^n \longrightarrow E^m$ یک نگاشت و $g : E^m \longrightarrow E$ یک تابع دیفرانسیل پذیر باشد. نشان دهید:

$$F_*(v_p)[g] = v_p[g(F)].$$

۶) (۳ نمره) فرض کنیم کروشهٔ هر دو میدان برداری مانند V و W روی E^3 را بصورت $[V, W] = VW - WV$ تعریف کنیم. هر یک از موارد زیر را ثابت کنید.

$$(1) \quad [V, W] = \nabla_V W - \nabla_W V$$

$$(2) \quad [U, [V, W]] + [V, [W, U]] + [W, [U, V]] = 0$$

$$(3) \quad [fV, gW] = fV[g]W - gW[f]V + fg[V, W].$$

که در آن f و g توابع دیفرانسیل پذیر روی E^3 هستند.

«موفق باشید»