

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی  تشریحی  تعداد کل ۲۵

هر سؤال تستی و تکمیلی نمره منفی دارد



کد ویراستار ۶۱

زمان امتحان: ۶۰ دقیقه



کد طرح ۷۰

کد درس: ۲۴۱۱۲۳

۱. اگر  $A \subset B$  آنگاه کدام مورد صحیح است.

الف.  $A - (A - B) = A \cup B$

ج.  $A - (A - B) = A \cap B'$

ب.  $A - (A - B) = A$

د.  $A - (A - B) = B$

۲. کدام مورد صحیح است.

الف. اگر  $A_n = [0, 2 - \frac{1}{n}]$  آنگاه  $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = [0, 2]$

ب. اگر  $A_n = (-\frac{1}{n}, \frac{1}{n})$  آنگاه  $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \{0\}$

د.  $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$

ج.  $A - (B \cap C) = (A - B) \cap (A - C)$

۳. کدام دنباله نوسانی نیست.

الف.  $\{(-1)^n\}$

ج.  $\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}$

د.  $\{(-1)^n n^2\}$

ب.  $\left\{\frac{1}{1 + \cos n}\right\}$

۴. کدام مورد صحیح است.

الف. هر میدان مرتب میدان ارشمیدسی است

ب. هر میدان ارشمیدسی کامل است

ج. میدان ارشمیدسی وجود دارد که کامل نیست

د. هر میدان کامل ارشمیدسی است

۵. کدام مورد صحیح است

الف. اگر  $g \circ f$  پوشا باشد و  $g$  پوشا باشد آنگاه  $f$  پوشا استب. اگر  $g \circ f$  یک یک باشد و  $f$  یک یک باشد آنگاه  $g$  یک یک استج. اگر  $g \circ f$  یک یک باشد  $f$  یک یک استد. اگر  $f$  یک یک است  $g \circ f$  یک یک است۶. اگر  $f(n) = \sin \frac{n\pi}{2}$  آنگاه  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{f(n)\}$  و  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \{f(n)\}$  بترتیب عبارتست از

الف. ۱ و -۱

ب. هر دو ۱

ج. هر دو ۰

د. ۱ و -۱

۷. اگر  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = l$  و  $a_1 = \frac{l}{2}$  آنگاه  $\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1})$  برابر است باالف.  $\frac{1}{4}l$ ب.  $\frac{3}{4}l$ ج.  $l$ 

د. واگر است

۸. کدامیک صحیح است. اگر  $E \subset R^K$  باشدالف. اگر  $E$  فشرده باشد آنگاه  $E$  بسته و کراندار استب. اگر  $E \subset R^K$  آنگاه هر پوشش باز  $E$  دارای یک عدد لیگ استج. اگر  $E$  بسته باشد آنگاه  $E$  فشرده استد. اگر  $\{O_\alpha\}$  یک پوشش باز  $E$  باشد آنگاه زیرپوشش متناهی از  $O_\alpha$  وجود دارد که  $E$  را می پوشاند



نام درس: آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۲۳

تعداد کل ۲۵

تشریحی ۵

تعداد سؤال: نسی ۲۰

استفاده از ماشین حساب مجاز است

کد طرح ۷۰

کد ویراستار ۶۱

زمان امتحان: ۶۰ دقیقه

۹. کدام مورد صحیح است.

الف. اگر  $A$  همبند باشد و  $A \subset B$  آنگاه  $B$  همبند استب. اگر  $A_1$  و  $A_2$  همبند باشد و  $A_1 \subseteq B \subseteq A_2$  آنگاه  $B$  همبند استج. اگر  $A$  و  $B$  همبند باشد آنگاه  $A \cup B$  همبند استد. اگر  $A$  و  $B$  همبند باشد و  $A \cap B \neq \emptyset$  آنگاه  $A \cup B$  همبند است

۱۰. کدامیک از توابع زیر در نقاط اصم حد دارد؟

$$f_1(x) = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Q} \\ 1-x & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{ب}$$

$$f_2(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Q} \\ 1 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{الف}$$

$$f_3(x) = \begin{cases} 0 & x \notin \mathbb{Q} \\ \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n}, (m, n) = 1 \end{cases} \quad \text{ب}$$

$$f_4(x) = \begin{cases} \sin x & x \in \mathbb{Q} \\ \cos x & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{ج}$$

۱۱. در هر فضای متریک کدام مورد صحیح است؟

الف. اجتماع هر خانواده از مجموعه‌های باز باز است

ب. اجتماع فقط تعداد متناهی از مجموعه‌های باز باز است

ج. اجتماع هر خانواده از مجموعه‌های بسته بسته است

د. اجتماع فقط تعداد متناهی از مجموعه‌های بسته بسته است

۱۲. اگر  $\left\{ \frac{k}{2^n} \mid 1 \leq k \leq 2^n, k \in \mathbb{N} \right\}$  آنگاهالف.  $A' = [0, 1]$   $\bar{A} = [0, 1]$ ب.  $A' = \{0\}$   $\bar{A} = (0, 1]$ ج.  $A' = \{1\}$  و  $\bar{A} = [0, 1)$ د.  $A' = \{0, 1\}$   $\bar{A} = (0, 1)$ 

۱۳. کدامیک صحیح نیست؟

الف. اگر  $E \subset M$  کراندار کلی باشد آنگاه  $E$  کراندار استب. زیر مجموعه  $E$  کراندار کلی است اگر هر دنباله از نقاط  $E$  شامل یک زیر دنباله کشی باشدج. هر زیرمجموعه نامتناهی  $E$  از  $M$  دارای یک نقطه اجتماع از  $M$  است

د. هر سه مورد صحیح است

$$14. \text{تابع } f(x) = \begin{cases} x & x \notin \mathbb{Q} \\ m \sin \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n}, (m, n) = 1 \end{cases} \text{ در چه موردی حد دارد؟}$$

د. در نقاط اصم

ج. در نقاط گویا

ب. فقط در صفر

الف. در تمام نقاط



نام درس: آنالیز ریاضی ۱  
رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی  تشریحی ۵ تعداد کل ۲۵  
امتداد از ماشین حساب مجاز است  هر سؤال تستی و تکمیلی نمره منفی ندارد  
کد طراح ۷۰ کد ویراستار ۶۱ زمان امتحان: ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۱۲۳

۱۵. اگر  $f$  تابعی پیوسته باشد و  $F \subset X$  و  $f: X \rightarrow Y$  آنگاه کدام مورد صحیح نیست؟  
 الف. اگر  $F$  فشرده باشد  $f(F)$  فشرده است  
 ب. اگر  $F$  کراندار باشد  $f(F)$  کراندار است  
 ج. اگر  $V \subset Y$  باز باشد  $f^{-1}(V)$  باز است  
 د. اگر  $V \subset Y$  بسته باشد  $f^{-1}(V)$  بسته است
۱۶. کدام مورد در خصوص مجموعه  $A \subset R$  که  $A$  نافشرده است صدق می‌کند؟  
 الف. تابعی پیوسته بر  $A$  وجود دارد که کراندار نیست.  
 ب. هر تابع پیوسته و کراندار دارای ماکسیمم است  
 ج. در صورتیکه  $A$  کراندار باشد هر تابع پیوسته بر  $A$ ، پیوسته یکنواخت است  
 د. هر سه مورد
۱۷. کدامیک از سری‌ها زیر واگراست؟

ب.  $\sum \frac{(n+1)^2 + 1}{(n+2)^3 - 1}$

الف.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^\alpha}{n!} (\alpha \in R)$

ج.  $\sum_{n=1}^{\infty} [n^n - 1]^n$

۱۸. کدام مورد درباره مجموعه  $\left\{ \frac{1}{m} \frac{(-1)^n}{n} + e^{-k} \mid m, n, k \in N \right\}$  صدق می‌کند

- الف. تمام نقاط آن منفرد است  
 ب. فقط نقاط  $e^{-k}$  نقاط انباشتگی است  
 ج. فقط نقاط  $\frac{1}{mn}$  نقاط انباشتگی است  
 د. نقطه منفرد ندارد

۱۹. فرض کنید  $E$  مجموعه نقاطی از  $[0, 1]$  باشد که در بسط اعشاری آنها فقط ۲ و ۵ ظاهر می‌شود آیا  
 الف. فشرده است  
 ب. شمارشپذیر است  
 ج. منتهی است  
 د. در  $[0, 1]$  چگال است

۲۰.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3x)^x$  را معین نماید.

- الف. ۰  
 ب. ۱  
 ج.  $\frac{1}{3}$   
 د.  $\infty$



نام درس: آنالیز ریاضی ۱  
رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی  
استفاده از ماشین حساب مجاز است  
کد طرح: ۷۰ کد ویراستار: ۶۱

تشریحی: ۵ تعداد کل: ۲۵  
هر سؤال تستی و تکمیلی نمره منفی دارد  
زمان امتحان: ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۱۲۳

## سوالات تشریحی:

۱. قضیه «ددکینده» را بیان و اثبات نمایید.

۲. فرض کنید  $0 < x \leq y < 1$  نشان دهید  $x < (1-y)x$  و نتیجه بگیرید که اگر  $a_n$  دنباله‌ای از اعداد حقیقی در بازه  $(0, 1)$  باشد آنگاه

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n(1 - a_{n+1}) \leq \frac{1}{4}$$

۳. ثابت کنید در هر فضای متریک  $(M, d)$  اگر  $C$  فشرده باشد آنگاه  $C$  بسته است.

۴. ثابت کنید  $f(x) = \sqrt{x}$  بر  $[0, \infty)$  پیوسته یکنواخت است.

۵. فرض کنید  $f$  بر  $[a, b]$  دارای مشتق متناهی است.  $f(a) = f(b) = 0$  ثابت کنید برای هر  $\lambda$  عددی مانند

$$a < c < b \text{ وجود دارد بطوری که } f'(c) = \lambda f(c)$$